Revisitando el problema de Wigner: la irrazonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales

Leonardo Segura[a]

Resumen

Este trabajo examina la irrazonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales según el influyente ensayo de Eugene Wigner, centrando la discusión en las clarificaciones contemporáneas sobre esta problemática filosófica. El análisis se concentra en cómo las matemáticas, a pesar de haber sido desarrolladas sin una finalidad física específica, resultan ser una herramienta efectiva en la formulación de teorías físicas. Además, se exponen las aclaraciones propuestas por filósofos contemporáneos de la argumentación de Wigner para evitar malentendidos en la interpretación del enigma, abordando las principales críticas y reinterpretaciones que han surgido desde la publicación original de su ensayo. En este sentido, a través del ejemplo concreto del oscilador armónico simple, se ilustra cómo los conceptos matemáticos abstractos encuentran un sitio de aplicación en el ámbito físico. El objetivo de este trabajo es ofrecer una explicación detallada y accesible de la cuestión, centrándose en destacar la importancia continua de este problema en la filosofía contemporánea y su impacto en la comprensión moderna de las ciencias naturales.

Palabras Clave: enigma de Wigner, aplicabilidad de las matemáticas, leyes de la naturaleza, efectividad de las matemáticas, filosofía de la ciencia.

[a]Universidad de Valparaíso, Valparaíso, Chile.
Contacto: leonardo.seguraf@alumnos.uv.cl

Abstract

This paper examines the unreasonable effectiveness of mathematics in the natural sciences according to Eugene Wigner's influential essay, focusing the discussion on contemporary clarifications of this philosophical problematic. The analysis concentrates on how mathematics, despite having been developed without a specific physical purpose, turns out to be an effective tool in the formulation of physical theories. In addition, the clarifications proposed by contemporary philosophers of Wigner's argumentation to avoid misunderstandings in the interpretation of the enigma are exposed, addressing the main criticisms and reinterpretations that have arisen since the original publication of his essay. In this sense, through the concrete example of the simple harmonic oscillator, it illustrates how abstract mathematical concepts find a place of application in the physical realm. The aim of the essay is to offer a detailed and accessible explanation of the issue, focusing on highlighting the continuing importance of this problem in contemporary philosophy and its impact on the modern understanding of the natural sciences.

Keywords: Wigner's enigma, applicability of mathematics, laws of nature, efficacy of mathematics, philosophy of science.

1. Introducción

Una de las preguntas cruciales al momento de desarrollar un enfoque adecuado para la modelización es entender cómo se aplican las matemáticas a los modelos. En este sentido, Frigg y Nguyen (2017, p. 54) advierten que al abordar cómo un modelo matematizado logra representar su objetivo conlleva a investigar cómo se aplican las matemáticas a un sistema físico. En efecto, no habría necesidad de separar el estudio de la cuestión de la representación del modelo del problema de la aplicabilidad de las matemáticas.

En este sentido, estudiar cómo las matemáticas se vinculan con los sistemas físicos es algo que el físico húngaro Eugene Wigner intentó dilucidar en su artículo "La irrazonable eficacia de las matemáticas en las ciencias naturales"(1960), donde plantea una cuestión intrigante en la filosofía de la ciencia: ¿por qué las matemáticas, una creación abstracta del intelecto humano, son tan efectivas para describir y predecir fenómenos naturales? Este misterio ha llamado la atención en primer lugar de científicos y, en los últimos años, de los filósofos. Wigner, un físico teórico conocido por sus contribuciones a la mecánica cuántica y la teoría de grupos, examina en su artículo varios puntos claves que abren un debate sobre la naturaleza de las matemáticas y su relación con los fenómenos físicos.

Este artículo se centra en la relación entre matemáticas y física según Wigner y examina cómo los conceptos matemáticos se eligen y aplican en la formulación de teorías físicas, considerando el problema de la unicidad de las teorías físicas y la posibilidad de unificar teorías divergentes. En este contexto, las aportaciones contemporáneas de Mark Steiner y Sorin Bangu son fundamentales para entender el enigma planteado por Wigner. Steiner destaca las dos posibles interpretaciones del problema de Wigner, centrándose en la relevancia del origen estético de las matemáticas. Por su parte, Bangu ofrece una perspectiva tomando como base la exposición de Steiner, pero con modificaciones para evitar las críticas sobre la consideración de una efectividad significativa de las matemáticas en la física. Finalmente, se presenta un ejemplo concreto del uso de conceptos matemáticos en la física, específicamente en el movimiento armónico simple, para ilustrar cómo conceptos abstractos pueden tener aplicaciones prácticas significativas en la ciencia.

2. La misteriosa efectividad de las matemáticas

Wigner comienza su artículo reflexionando sobre la sorprendente adecuación de las mate-máticas en la descripción de las leyes de la naturaleza. Para ilustrar este punto, relata la historia de dos amigos, uno estadístico y el otro escéptico, que discuten sobre la utilidad de las matemáticas. En el relato, el estadístico muestra a su amigo un trabajo que comienza con la distribución gaussiana. El estadístico explica el significado de los símbolos en su trabajo, incluyendo el símbolo de pi, que representa la razón de la circunferencia a su diámetro. Su amigo incrédulo no puede entender cómo un símbolo matemático aparentemente tan abstracto puede relacionarse con la población real. Este escepticismo destaca el asombro ante la conexión entre conceptos matemáticos abstractos y su aplicación práctica en la descripción de fenómenos naturales. De esta forma, la anécdota ilustra el asombro que puede generar la conexión entre el mundo de las matemáticas y el mundo físico.

Posterior a la anécdota, Wigner plantea los dos puntos de vista fundamentales que va a desarrollar en su artículo, a saber: ¿Cómo es posible que los conceptos matemáticos se revelen en conexiones completamente inesperadas y con frecuencia permitan una descripción precisa de los fenómenos involucrados en tales conexiones? Y en segundo lugar: ¿Son nuestras teorías matemáticas las únicas correctas? Para responder a las interrogantes, Wigner asegura que no existe una explicación racional para la eficacia de las matemáticas, por lo que todo lo relacionado con la utilidad de estas bordea con lo enigmático.

Es por esto por lo que, para entender mejor este misterio, Wigner ofrece definiciones claras sobre matemáticas y la física. Reconoce el físico húngaro que en un inicio las matemáticas fueron desarrolladas para describir entidades presentadas por el mundo empírico, pero a medida que se expanden las matemáticas y se establecen nuevos conceptos, estos parecen estar cada vez más lejos de las entidades mundanas. En este sentido, entiende las matemáticas como "la ciencia de operaciones expertas con conceptos y reglas inventados precisamente para ese fin" (Wigner 1960, p. 2). Ciertamente, esta definición subraya el carácter abstracto y aparentemente arbitrario de las matemáticas que, no obstante, resulta ser extraordinariamente útil en la ciencia.

Considerando lo anterior, Wigner explica cómo conceptos avanzados como los números complejos y los operadores lineales fueron ideados inicialmente por su elegancia y belleza formal antes de encontrar aplicaciones prácticas en la física. Estos conceptos, desarrollados sin ninguna intención práctica, demostraron ser útiles en la formulación de teorías físicas que describen con precisión fenómenos naturales. Esto subraya la irrazonable eficacia de las matemáticas: una ciencia creada sin consideración práctica resulta ser indispensable para la comprensión de la naturaleza.

Por otro lado, define la labor del físico como aquella que está enfocada en estudiar las leyes de la naturaleza inanimada (Wigner 1960, p. 3). Wigner, al destacar la relación entre la física y las leyes de la naturaleza, señala que todas las leyes son "afirmaciones condicionales que permiten una predicción de algunos sucesos futuros sobre la base del conocimiento presente" (Wigner 1960, p. 3). Aunque cabe destacar que el mismo físico húngaro reconoce que la utilización de las leyes de la naturaleza para predecir acontecimientos solamente es posible cuando se tiene conocimiento de los factores relevantes del estado presente. Por último, queda recalcar que la argumentación anterior tiene como objetivo principal indicar que las leyes de la naturaleza son siempre afirmaciones condicionales y se refieren únicamente a una fracción muy pequeña de nuestro conocimiento del mundo.

En resumidas cuentas, Wigner realiza una distinción importante entre las matemáticas como un producto de la mente humana y la física como una descripción de las leyes de la naturaleza.

3. La relación entre matemáticas y física

Una vez esclarecida la visión sobre la matemática y la física, uno de los puntos clave en el artículo de Wigner es indagar en la relación entre ambas. Wigner detalla cómo las matemáticas se incorporan a las teorías físicas, permitiendo describir fenómenos naturales con una precisión sorprendente. Con este fin, el físico húngaro señala que las matemáticas son utilizadas en la física para evaluar los resultados que se obtienen de las leyes de la naturaleza para "aplicar las afirmaciones condicionales a las condiciones particulares que resultan prevalecer" (Wigner 1960, p. 4). Para esto, es necesario que las leyes de la naturaleza estén formuladas en un lenguaje matemático.

Además, el científico húngaro señala que la física selecciona ciertos conceptos matemá-ticos para formular las leyes de la naturaleza y que solo utiliza una pequeña cantidad de todos los conceptos matemáticos disponibles. Estos conceptos no son elegidos arbitrariamente, sino que en muchos casos han sido desarrollados de manera independiente por los físicos y luego reconocidos como preexistentes en el ámbito matemático. Incluso la idea de que los conceptos matemáticos se eligen por su simplicidad conceptual es errónea; más bien se eligen por su capacidad para permitir manipulaciones inteligentes y razonamientos brillantes (Wigner 1960, p. 5).

Un ejemplo destacado es el uso del espacio de Hilbert complejo con un producto escalar hermitiano en la mecánica cuántica. Para muchos, los números complejos no son naturales ni sencillos y no surgen de las observaciones físicas. Sin embargo, su uso en la formulación de las leyes cuánticas es casi una necesidad, no solo un truco matemático.

Con estas consideraciones, Wigner señala que una posible explicación del uso de las matemáticas por parte del físico para formular las leyes de la naturaleza es que, en cierto sentido, actúa de manera irresponsable. Esto ocurre cuando encuentra una conexión entre dos cantidades que se asemeja a una conexión matemática conocida y concluye que la conexión es la misma tratada en las matemáticas simplemente porque no conoce otra similar (Wigner 1960, p. 6). Sea cierta o no esta acusación, lo importante es señalar que la formulación matemática de las experiencias físicas a menudo conduce a descripciones precisas de una gran variedad de fenómenos.

Para ilustrar lo anterior, Wigner remite a tres ejemplos específicos: el movimiento planetario, la mecánica cuántica elemental y, por último, la electrodinámica cuántica. Estos tres ejemplos anteriores, que podrían multiplicarse, ilustran la idoneidad y precisión de la formulación matemática de las leyes de la naturaleza, aunque el físico húngaro reconoce su limitado alcance.

En definitiva, esta sección ha expuesto la posición de Wigner sobre cómo las matemá-ticas, a través de conceptos como los números complejos y el espacio de Hilbert, permiten una descripción precisa de fenómenos físicos. Este uso selectivo y eficaz de herramientas matemáticas destaca su papel esencial en la formulación de teorías físicas. Sin embargo, para el físico húngaro, este enfoque plantea la cuestión de la unicidad de las teorías físicas y la posibilidad de unificar las diferentes formulaciones existentes. Esta interrogante, que explora la convergencia o divergencia de las teorías en una sola estructura coherente, será expuesta a continuación.

4. El problema de la unicidad de las teorías físicas

Otro tema importante que Wigner aborda es la unicidad de las teorías físicas. La utilidad de los conceptos matemáticos en múltiples teorías plantea la pregunta de si estas teorías son las únicas posibles o si existen otras formulaciones igualmente válidas. La cuestión que se presenta es si las diversas regularidades, esto es, las diversas leyes de la naturaleza que serán descubiertas, se fusionarán en una única unidad consistente o al menos se aproximarán de modo asintótico a una fusión de ese tipo (Wigner 1960, p. 9).

Para completar lo anterior, el autor presenta un ejemplo ilustrativo mediante la comparación de dos teorías físicas fundamentales: la teoría cuántica y la teoría de la relatividad. Estas teorías, que operan en escalas diferentes (macroscópica y microscópica), utilizan conceptos matemáticos distintos. A pesar de sus diferencias, los físicos creen en la posibilidad de unificar estas teorías en el futuro, aunque reconocen la dificultad actual para lograr esta unificación.

En este contexto, la reflexión final de Wigner encapsula la esencia del problema planteado. El autor considera que:

> El milagro de la idoneidad del lenguaje de las matemáticas para la formulación de las leyes de la física es un regalo maravilloso que ni comprendemos ni merecemos. Deberíamos estar agradecidos por ello y esperar que siga siendo válido en la investigación futura y que se extienda, para bien o para mal, para nuestro placer o incluso para nuestra confusión, a ramas más amplias del saber. (Wigner 1960, p. 9)

De este modo, Wigner no solo destaca la extraordinaria capacidad de las matemáticas para describir la física, sino también la incertidumbre y el asombro que acompañan a la búsqueda de una teoría unificada que pueda integrar todas las leyes conocidas de la naturaleza. Este cierre subraya la idea de que, mientras se sigue explorando y desarrollando teorías físicas, el papel de las matemáticas como lenguaje fundamental para la ciencia continúa siendo una fuente de cuestionamiento y reflexión profunda.

5. Aclaraciones contemporáneas sobre el problema de Wigner

La exposición de Wigner suscitó en un primer momento la atención mayoritaria de científicos y matemáticos, mientras que el interés filosófico en el tema cambió significativamente con la publicación de los trabajos de Mark Steiner a finales de la década de 1980 y durante la de 1990 (Steiner 1989; 1995; 1998). Steiner fue capaz de precisar las posibles interpretaciones sobre el enigma de Wigner, reconociendo dos versiones del argumento. La primera versión puede ser expresada de la siguiente manera:

> Los conceptos C1, C2, . . . , Cn son irrazonablemente efectivos en física, y estos conceptos son matemáticos. Por lo tanto, los conceptos matemáticos (o la matemática, según la exposición de Wigner) son (es) irrazonablemente efectivos en física.

Esta versión es rechazada por el filósofo estadounidense, considerándola un silogismo inválido (Steiner 1998, p. 45). En efecto, para Steiner lo que se puede deducir es algo más limitado, a saber, que solo algunos conceptos matemáticos son irrazonablemente efectivos. Además, esta exposición invita a interrogarse sobre si la efectividad irrazonable de los conceptos matemáticos está ligada al hecho de que los conceptos mismos sean matemáticos.

La segunda versión expuesta por Steiner es notoriamente más completa debido a que toma en consideración las preferencias estéticas de los seres humanos. El argumento puede ser expuesto de la siguiente forma:

> Los conceptos matemáticos surgen del impulso estético de los seres humanos. Es irrazonable esperar que lo que surge

> del impulso estético en los seres humanos sea significativamente efectivo en la física. No obstante, un número significativo de estos conceptos es considerablemente efectivo en la física. Por lo tanto, los conceptos matemáticos son irrazonablemente efectivos en la física. (Steiner 1998, p. 46)

Esta exposición resalta el carácter matemático del fenómeno en cuestión y aclara que lo irrazonable de la relación entre las matemáticas y la física radica precisamente en el hecho de que los conceptos matemáticos son formulados a partir de la belleza formal que los seres humanos encuentran en ellos. Debido a este origen estético, no tendría sentido asumir que estos conceptos tendrían una gran aplicación o utilidad en el estudio de las leyes y fenómenos naturales.

No obstante, esta formulación puede ser puesta en duda en cuanto a la definición de lo que constituye un número significativo o cuándo se puede considerar que la efectividad es realmente significativa. En este contexto, Sorin Bangu (2016), en su análisis, aborda precisamente las problemáticas que emergen de las críticas al argumento de Steiner, ofreciendo una nueva formulación del argumento de Wigner tomando como punto de inicio lo formulado por Steiner. Bangu formula su argumento de la siguiente manera:

Los conceptos matemáticos modernos se originan en las preferencias estéticas de los matemáticos, es decir, en lo que consideran bello o elegante desde un punto de vista abstracto. En este punto, Bangu destaca que la génesis de los conceptos matemáticos no se basa en necesidades prácticas, sino en criterios estéticos subjetivos. Los matemáticos desarrollan y eligen conceptos basándose en su apreciación de la elegancia y la simplicidad, lo que significa que estos conceptos están diseñados para cumplir con ideales estéticos más que con requisitos funcionales inmediatos.

Esta génesis en un dominio estético subjetivo lleva a la pregunta de si estos conceptos nacidos en un contexto no empírico pueden ser efectivos en el ámbito de la física. La cuestión central es si es razonable esperar que conceptos matemáticos formulados en un contexto puramente estético sean útiles en la física. Dado que la física requiere descripciones precisas y verificables de los fenómenos, la aplicabilidad de conceptos matemáticos estéticamente motivados parece en principio poco probable.

Sin embargo, en la práctica científica se vislumbra que varios conceptos matemáticos formulados en un tiempo anterior han sido inesperadamente útiles en el desarrollo de teorías físicas posteriores. A pesar de la improbabilidad inicial, la experiencia científica muestra que conceptos matemáticos desarrollados en el pasado han demostrado ser útiles para nuevas teorías físicas. Este hallazgo revela que, en la práctica, la eficacia de estos conceptos no está limitada por su origen estético, sino que pueden jugar un papel crucial en la formulación de teorías físicas que no se había previsto inicialmente.

Por lo tanto, no es razonable que los conceptos matemáticos modernos desarrollados con anterioridad a la formulación de las teorías físicas sean efectivos. Bangu concluye que la sorprendente utilidad de conceptos matemáticos antiguos en nuevas teorías físicas cuestiona la idea de que su origen estético limita su aplicabilidad científica. Esta conclusión desafía la suposición de que la matemática debe estar alineada con el contexto en el que se originó para ser efectiva en la física, revelando una relación más compleja entre las matemáticas y la física (Bangu 2016, p. 14).

Dado que en esta formulación la validez del argumento ya no presenta problemas, las objeciones deben centrarse en la veracidad de las premisas. En efecto, las soluciones propuestas hasta la fecha para el problema de Wigner se han formulado principalmente como críticas a una o más de estas premisas (Bangu 2012, 2016; Bangu y Moir 2018).

En resumen, la evolución del debate sobre la aplicabilidad de las matemáticas ha pasado de la formulación inicial de Wigner a las aclaraciones más recientes de Steiner y Bangu. Mientras que Wigner planteó un problema fundamental, Steiner clarificó y precisó la discusión al considerar como un elemento fundamental en la argumentación de Wigner la influencia de las preferencias estéticas en el desarrollo de conceptos matemáticos, cuestionando así la relación entre la estética y la eficacia matemática. La formulación revisada de Steiner subraya la problemática de que conceptos matemáticos nacidos de criterios estéticos pueden resultar efectivos en la física.

La revisión de Bangu al argumento de Steiner busca evitar el problema de enfrentarse a la cuestión de considerar la definición de lo que constituye un número significativo de casos exitosos o cuándo se puede considerar que la efectividad es realmente significativa. En este sentido, con la validez del argumento de Bangu establecida, la atención debe centrarse en examinar ejemplos específicos que demuestren cómo los conceptos matemáticos formulados en contextos estéticos han mostrado una aplicabilidad significativa en la práctica científica. La próxima sección se dedicará a proporcionar un ejemplo sobre esto, ilustrando cómo los números complejos, a pesar de su origen alejado de los fenóme-nos empíricos, contribuyen a la comprensión de fenómenos físicos.

6. Aplicación de conceptos matemáticos en la física: el caso del oscilador armónico simple

Sorin Bangu (2012, p. 141) analiza el uso de los números complejos considerando la argumentación de Wigner utilizando como ejemplo el oscilador armónico simple que se describe a continuación: Si se tiene una masa m unida a un resorte horizontal, la fuerza ejercida es proporcional al desplazamiento desde el punto de equilibrio, conforme a la ley de Hooke. Además, de acuerdo con la segunda ley de Newton, esta fuerza es igual al producto de la masa por la aceleración, siendo la aceleración la segunda derivada de la posición respecto al tiempo. Al igualar estas dos expresiones se obtiene la siguiente ecuación diferencial:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = 0 \tag{1}$$

Esta expresión matemática representa una ecuación diferencial de segundo orden homogénea que puede resolverse mediante una ecuación característica que toma la forma:

$$Pr^2 + Qr + R = 0 \tag{2}$$

Al ser una ecuación característica cuadrática, sus soluciones pueden ser complejas, de la forma $z = \alpha + \beta i$. En este caso, la solución general de la ecuación es:

$$y(x) = e^{\alpha x}\left[c_1 + c_2\cos(\beta x) + i(c_1 - c_2)\sin(\beta x)\right] \tag{3}$$

Es en este punto donde se evidencia la participación de los números complejos en la aplicación de las matemáticas a fenómenos físicos como el movimiento armónico simple. En efecto, es aquí donde se puede entrar a la discusión sobre cómo los números complejos y las ecuaciones diferenciales son utilizados en la ciencia a pesar de que inicialmente parecen abstractos y alejados de la realidad física. Bangu (2012, p. 142) argumenta que, aunque los números complejos y las ecuaciones diferenciales se desarrollaron en matemáticas puramente abstractas, su aplicación en la ciencia es efectiva. Específicamente, se menciona que estas ecuaciones son cruciales en diversas áreas de la física, como la mecánica cuántica y la teoría electromagnética, donde las soluciones complejas permiten una descripción adecuada de los fenómenos. Estos conceptos matemáticos, a pesar de la falta de una interpretación física obvia, resultan ser increíblemente útiles para describir fenómenos físicos, lo que refuerza la idea de la sorprendente aplicabilidad de las matemáticas en las ciencias físicas.

En resumen, este tema resalta cómo los números complejos, aunque abstractos, son herramientas importantes en la formulación de teorías científicas y en la modelización de fenómenos naturales que de otra manera serían difíciles de comprender o describir con solo números reales. El caso de la discusión del oscilador armónico simple y la aplicación de números complejos ilustran cómo conceptos que parecen abstractos pueden desempeñar un papel fundamental en la descripción y comprensión de fenómenos físicos. Este análisis no solo subraya lo llamativo de la aplicabilidad de las matemáticas que en su momento llamó la atención de Wigner, sino que también reafirma la relevancia de los números complejos en la formulación de teorías científicas.

7. Conclusión

En su artículo, Eugene Wigner explora el enigma de por qué las mate-máticas, siendo una creación abstracta del intelecto humano, resultan extraordinariamente efectivas en la descripción y predicción de fenómenos naturales. A lo largo de su análisis, Wigner destaca cómo las matemáticas, concebidas inicialmente como herramientas para manipular conceptos abstractos, se han convertido en el lenguaje fundamental mediante el cual se formulan y se comprenden las leyes de la física.

Según Wigner, la física y las matemáticas están tan entrelazadas que las matemáticas ofrecen el marco que los físicos necesitan para modelar y prever fenómenos naturales con mucha precisión. Esta conexión es tan efectiva que resulta bastante sorpresiva, ya que no hay una explicación clara de por qué funciona tan bien, lo cual añade un toque de misterio y asombro a cómo interactúan estos dos campos del conocimiento.

Además, la discusión contemporánea sobre el problema de Wigner, enriquecida por las aportaciones de filósofos como Mark Steiner y Sorin Bangu, ha llevado a una comprensión más matizada del enigma. Steiner, al examinar el papel de las preferencias estéticas en el desarrollo de conceptos matemáticos, y Bangu, al cuestionar la relación entre origen estético y aplicabilidad práctica, han proporcionado nuevas perspectivas sobre cómo y por qué los conceptos matemáticos pueden resultar efectivos en la física. Ambas perspectivas ofrecen aclaraciones sobre la argumentación de Wigner y contribuyen a evitar malentendidos en la búsqueda de por qué los conceptos matemáticos pueden ser sorprendentemente efectivos en la física.

En última instancia, el trabajo de Wigner invita a una reflexión profunda sobre el papel de las matemáticas en la ciencia y su capacidad para capturar y modelar el ámbito físico. El artículo de Eugene Wigner plantea preguntas fundamentales sobre la relación entre las matemáticas y los fenómenos físicos, sugiriendo una conexión profunda que aún no comprendemos completamente. Las implicaciones filosóficas y científicas de este misterio son importantes, desafiando nuestra comprensión de la naturaleza de las teorías científicas y la estructura del universo. En última instancia, el trabajo de Wigner insta a reflexionar sobre el papel de las matemáticas en la ciencia y a continuar explorando el enigma de su sorprendente eficacia.

Referencias

Bangu, S. (2012). *The Applicability of Mathematics in Science: Indispensability and Ontology.* London: Palgrave Macmillan.

Bangu, S. (2016). On 'The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences'. En E. Ippoliti, F. Sterpetti, & T. Nickles (eds.), *Models and Inferences in Science* (pp. 11-29). Cham: Springer.

Bangu, S., & Moir, R. (2018). The 'Miracle' of Applicability? The Curious Case of the Simple Harmonic Oscillator. *Foundations of Physics*, 48(9) , pp. 507-525. https://doi.org/10.1007/s10701-018-0152-5.

Frigg, R., & Nguyen, J. (2017). Models and representation. En L. Magnani, & T. Bertolotti (eds.), *Handbook of Model-Based Science* (pp. 49-102). Dordrecht: Springer.

Steiner, M. (1989). The Application of Mathematics to Natural Science. *The Journal of Philosophy*, 86(9) , pp. 449-480. https://doi.org/10.2307/2026759.

Steiner, M. (1995). The Applicabilities of Mathematics. *Philosophia Mathematica*, 3(2), pp. 129–156. https://doi.org/10.1093/philmat/3.2.129.

Steiner, M. (1998). *The Applicability of Mathematics as a Philosophical Problem.* Cambridge: Cambridge University Press.

Wigner, E. (1960). The Unreasonable Effectiveness of Mathematics in the Natural Sciences. *Communications in Pure and Applied Mathematics*, 13(1), pp. 1-9. https://doi.org/10.1002/cpa.3160130102.